

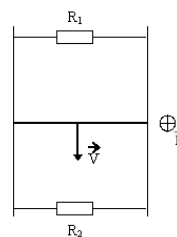
Семинар 19.01.2019

Решение задач на закон Фарадея¹.

1. Кольцевой виток радиуса r , сделанный из проволоки с сопротивлением единицы длины ρ , находится в постоянном однородном магнитном поле, индукция которого \vec{B} перпендикулярна плоскости витка. Виток превратили в «восьмёрку», составленную из двух равных колец, не выводя при этом виток из его плоскости (т.е. соединили точки, находящиеся на концах диаметра). Какой заряд при этом пройдёт по проволоке?

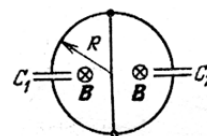
Дополнительный вопрос к предыдущей задаче: ЭДС, или по другому – разность потенциалов, возникает между некоторыми двумя точками. Что же это за точки в кольце?

2. Проводник длины $l = 1\text{ м}$ скользит по горизонтальным рельсам в вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 10^{-2}\text{ Тл}$. Концы рельсов замкнуты на сопротивления $R_1 = 1\text{ Ом}$ и $R_2 = 2\text{ Ом}$ (см. рис.). Определить ток, текущий через проводник, если скорость проводника $v = 10\text{ м/с}$. Сопротивлением рельсов и проводника пренебречь.



3. В однородном магнитном поле индукции B находятся две вертикальные рейки, расположенные в плоскости, перпендикулярной линиям поля. По рейкам, расстояние между которыми равно l , может скользить проводник массы m . Определите установившуюся скорость этого проводника, если верхние концы реек замкнуты на сопротивление R .

4. Проволочное кольцо радиуса R имеет проводящую перемычку, расположенную вдоль диаметра. В левую и правую полуокружности включены конденсаторы ёмкостями C_1 и C_2 . Кольцо помещено в нарастающее линейно со временем магнитное поле с индукцией $B(t) = B_0 t / T$, перпендикулярное его плоскости. В некоторый момент времени перемычку убирают и затем прекращают изменять магнитное поле. Найти установившиеся заряды на конденсаторах.



Решение.

Прежде всего, разберёмся, что у нас происходит. Поле возрастает со временем, площади контуров не меняются, следовательно, поток через оба контура (левая и правая полуокружность) растёт. Значит, в каждом контуре возникает ЭДС, стремящаяся росту поля помешать, то есть если бы цепи мог пойти ток, он создавал бы поле, направленное на нас; такой ток имел бы в каждом контуре направление против часовой стрелки.

Ток возникнуть не может, так как контуры разорваны конденсаторами. Но, при этом, ЭДС всё равно возникает так, чтобы «загнать» положительные заряды на верхнюю пластинку конденсатора C_1 и на нижнюю пластинку конденсатора C_2 . При этом на противоположных пластинах конденсаторов образуются соответствующие отрицательные заряды.

Как только перемычку убирают, суммарные заряды в верхней и нижней части схемы фиксируются и, в конце концов, перераспределяются таким образом, чтобы разность потенциалов на обоих конденсаторах оказалась одинаковой.

Теперь можно приступить к решению задачи. Сначала запишем чему равна возникающая на конденсаторах ЭДС:

¹ Все задачи из Меледина

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -S \frac{d(B_0 t/T)}{dt} = -\frac{SB_0}{T}.$$

Знак «минус» мы уже учли выше, так что в дальнейшем можем его опустить.

Теперь посчитаем заряды, образовавшиеся на конденсаторах (помним, что для C_1 положительный заряд q_1 на верхней пластине, а для C_2 , положительный заряд q_2 – на нижней!)

$$q_{1,2} = C_{1,2} \cdot \varepsilon = C_{1,2} \cdot \frac{SB_0}{T}.$$

После снятия перемычки суммарный заряд наверху равен

$$Q = q_1 - q_2 = (C_1 - C_2) \frac{SB_0}{T},$$

а внизу находится точно такой же заряд, но с обратным знаком.

Окончательно заряды распределятся так, чтобы напряжения на конденсаторах сравнялись. Обозначим эти заряды через Q_1 и Q_2 . Получим систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} Q_1 + Q_2 = Q \\ \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \end{cases}$$

Решение системы, очевидно, довольно простое. В итоге получаем:

$$Q_{1,2} = Q \frac{C_{1,2}}{C_1 + C_2}, \text{ или}$$

$$Q_{1,2} = \frac{SB_0}{T} \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} C_{1,2}.$$